

Astrofísica General

Problemas 2011

Datos útiles:

Constante de Boltzmann:	$k = 1.38065 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$
Constante Stefan-Boltzman:	$\sigma = 5.6704 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
Constante de Planck:	$h = 6.626068 \times 10^{-27} \text{ erg s}$
Velocidad de la luz:	$c = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$
Constante de densidad de radiación:	$a = 4\sigma/c = 7.56591 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$
Constante de gravedad Newtoniana:	$G = 6.6726 \times 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$
Constante de Avogadro:	$N_A = 6.0221367 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Gas:	$\mathcal{R} = N_A k = 8.314511 \times 10^7 \text{ erg K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Sección eficaz de Thomson:	$\sigma_T = 6.652 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$
Carga del electrón:	$e = 4.8032068 \times 10^{-10} \text{ esu}$
Unidad de masa atómica:	$\text{amu} = 1.660538 \times 10^{-24} \text{ g}$
Masa del protón:	$m_H = 1.67265 \times 10^{-24} \text{ g}$
Masa del neutrón:	$m_n = 1.67492 \times 10^{-24} \text{ g}$
Masa del electrón:	$m_e = 9.10953 \times 10^{-28} \text{ g}$
Electron voltio:	$1 \text{ eV} = 1.6022 \times 10^{-12} \text{ erg}$
Masa solar:	$M_\odot = 1.989 \times 10^{33} \text{ g}$
Radio solar:	$R_\odot = 6.696 \times 10^{10} \text{ cm}$
Luminosidad solar:	$L_\odot = 3.827 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$
Radio de la Tierra:	$R_\oplus = 6.378 \times 10^8 \text{ cm}$
Parsec:	$\text{pc} = 3.08568025 \times 10^{18} \text{ cm}$
Unidad astronómica:	$1.496 \times 10^{13} \text{ cm}$
Un año:	$3.1557 \times 10^7 \text{ s}$

1. ¿Cuáles son las coordenadas A.R. y declinación (α y δ) del Sol cuando se ubica en
 - a) El equinoccio de primavera
 - b) El solsticio de verano
 - c) El equinoccio de otoño
 - d) El solsticio de invierno ?
2.
 - a) ¿A cuáles latitudes en la Tierra jamás se pone el Sol en el solsticio de verano?
 - b) ¿Existe una latitud en la Tierra en donde el Sol nunca se pone cuando es el equinoccio de primavera? ¿En donde?
3. Una estrella tiene declinación 55° y tiene un paralaje de $0.130''$. Observaciones de la línea $H\beta$ ($\lambda_{\text{rep}} = 4816 \text{ \AA}$) demostraron un corrimiento de Doppler $\Delta\lambda = 0.353 \text{ \AA}$. Los componentes del movimiento propio de esta estrella son $\mu_\alpha = 0.0091 \text{ s}$ y $\mu_\delta = -0.115''$.
Para esta estrella encuentre:
 - a) El movimiento propio total.
 - b) La velocidad transversal.
 - c) La velocidad espacial total.
 - d) La distancia a la estrella.
4. Investigue las posiciones y movimientos de las estrellas en un programa de visualización que utilizan las observacionales para planear sus observaciones.
5. En su marco de reposo el cuasar Q2203+29 produce una línea de emisión de hidrógeno de longitud de onda $\lambda_{\text{rep}} = 1216 \text{ \AA}$. Los astrónomos en la Tierra observan esta línea proveniente del cuasar a una longitud de onda de $\lambda_{\text{obs}} = 6568 \text{ \AA}$. Determine el parámetro del corrimiento al rojo y la velocidad de recesión para este cuasar.
6. La estrella Proxima Centauri tiene coordenadas (época 1950) $(\alpha, \delta) = (14^{\text{h}}26.3^{\text{m}}, -62^\circ28')$. Haga la precesión de estas coordenadas a la fecha 3 de abril de 1990.
7. En 1672 se hizo un esfuerzo internacional para medir el ángulo de paralaje del planeta Marte en su momento de oposición (cuando se encuentra más cercano a la Tierra):
Considere dos observadores quienes están separados por una línea de base igual al diámetro de la Tierra. Si la diferencia en sus mediciones de la posición angular de Marte es $33.6''$, ¿cuál es la distancia entre la Tierra y Marte en el momento de oposición? Exprese su respuesta tanto en unidades de cm como de UA.
8. La estrella de Barnard (nombrada por el astrónomo estadounidense Edward Barnard) es una estrella color anarajanda en la constelación de Ophiucus. Tiene el movimiento propio más grande conocido ($\mu = 10.31''$ por año) y el ángulo de paralaje el segundo más grande conocido ($P = 0.552''$). En el espectro de la estrella de Barnard la línea de absorción de $H\alpha$ (longitud de onda en reposo $\lambda_{\text{rep}} = 6562.808 \text{ \AA}$) se observa a una longitud de onda de $\lambda_{\text{obs}} = 6560.44 \text{ \AA}$.
 - a) Determine la velocidad radial de la estrella de Barnard.
 - b) Determine la velocidad transversal de la estrella de Barnard.
 - c) Calcule la velocidad espacial de la estrella de Barnard.

9. El ángulo de paralaje de la estrella Sirio es $0.377''$.
- Encuentre la distancia a Sirio en unidades de (i) parsecs; (ii) años luz; (iii) unidades astronómicas; (iv) cm.
 - Determine el módulo de distancia de Sirio.
 - Si la magnitud aparente de Sirio es $m = -1.55$, ¿cuál es su magnitud absoluta?
 - ¿Cuál es el cociente de la luminosidad de Sirio a la luminosidad del Sol?
10. La estrella Spica se encuentra en la constelación de Virgo. Es una estrella tipo B1 de la Secuencia Principal. Tiene Magnitud Absoluta $M_{\text{bol}} = -5.9$ y temperatura efectiva $T_e = 25,400$ K.
- Si la Magnitud absoluta del Sol es $M_{\text{bol},\odot} = +4.74$, encuentre la luminosidad de Spica.
 - ¿Cuál es el radio de la estrella Spica?
 - Mediante la relación empírica luminosidad-masa, estime la masa de la estrella Spica.
11. Considere el modelo de la estrella Dschubba (en la constelación de Escorpio) que consta de un cuerpo negro esférico con una temperatura superficial de $28,000$ K y un radio de 5.16×10^{11} cm. Suponga que la estrella está ubicada a una distancia de 180 pc de la Tierra. Para esta estrella determine:
- Su luminosidad
 - Su magnitud bolométrica absoluta
 - Su magnitud bolométrica aparente
 - Su módulo de distancia
 - El flujo radiante en la superficie de la estrella
 - El flujo radiante proveniente de la estrella en la superficie de la Tierra y compare este con la constante Solar.
 - La longitud de onda pica λ_{max} .
12. **Laboratorio:** proyecto CLEA: Fotometría de los Pleyades.
13. ¿Qué es un cuerpo negro? Dibuje la forma del espectro de un cuerpo negro indicando las cantidades graficadas en los ejes horizontales y verticales y sus rangos típicos. ¿Cuáles objetos astronómicos se pueden aproximar por cuerpos negros?
14. ¿A qué distancia de un foco de 100 watts es el flujo radiante igual a la constante Solar?
15. La persona típica tiene una área de piel de 1.4 m² a una temperatura de piel de aproximadamente 306 K. Suponga que la persona típica sea un radiador ideal y que este ubicada en un cuarto a una temperatura ambiental de 293 K.
- Calcule la energía por segundo radiada por la persona típica en forma de radiación de cuerpo negro. Exprese su respuesta tanto en unidades de erg s^{-1} como en watts.
 - Determine la longitud de onda pica λ_{max} de la radiación de cuerpo negro emitida por la persona típica. ¿En cuál región del espectro electromagnético se encuentra esta longitud de onda?

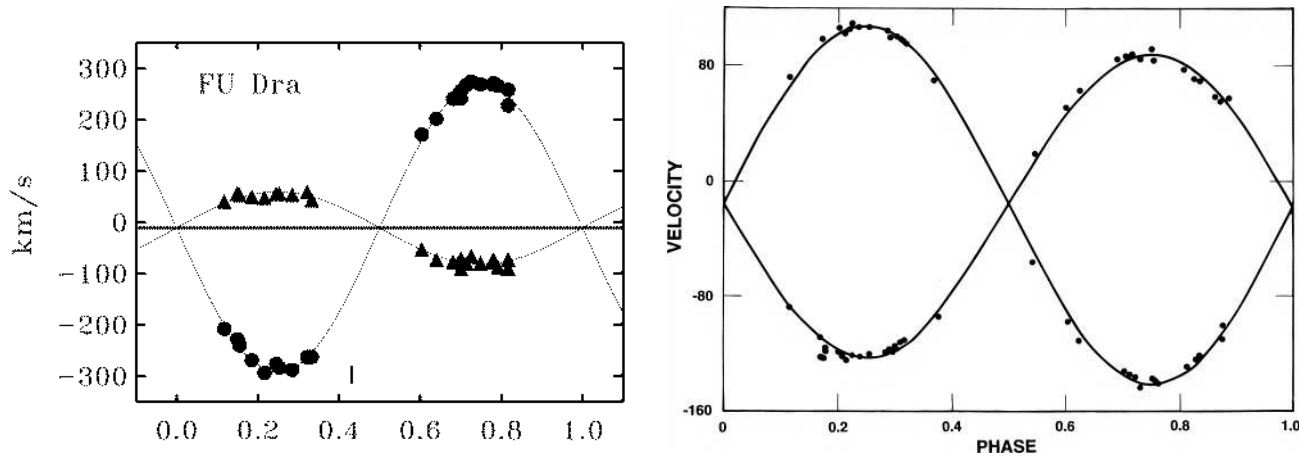


Figura 1: Izquierda: Curvas de velocidad radial del sistema FU Dra. Derecha: Curvas de velocidad radial del sistema AD Boo.

- c) Un cuerpo negro también absorbe energía de su ambiente—en este caso del cuarto. La ecuación que describe la absorción es la misma que la ecuación que describe la emisión de la radiación de cuerpo negro. Calcule la energía por segunda absorbida por la persona típica del cuarto tanto en erg s^{-1} como en watts.
- d) Calcule la energía neta por segundo perdida por la persona típica debido a la radiación de cuerpo negro.
16. ¿Cuáles son las tres clases principales de sistemas de estrellas binarias, cómo se detectan, y qué información podemos obtener de cada una?
17. Las curvas de velocidades radiales de dos sistemas binarios, FU Dra/F8 y AD Boo/G0 (sistemas binarios espectroscópicos) se dan en la Figura 1 donde el eje horizontal está en unidades del periodo orbital. Para el sistema FU Dra/F8 el periodo orbital es 0.306718 días, mientras que para el sistema AD Boo/G0 el periodo es 2.07 días:
- a) Estime los valores de K_1 y K_2 (las amplitudes máximas de las velocidades radiales para los 2 componentes del sistema binario) para cada sistema.
- b) ¿Porqué el cero de las velocidades radiales (la raya negra horizontal) no es a 0 km s^{-1} ?
- c) Suponiendo órbitas circulares estime el cociente de masas de los dos componentes para los dos sistemas.
- d) Suponiendo ahora que el ángulo de inclinación, i , de la órbita en los dos casos es 90° , ¿cuáles son las masas individuales de las estrellas en los dos sistemas?
- e) ¿Cuál es la separación máxima ($r = r_1 + r_2$) entre las estrellas en los dos sistemas para este valor de i ? ¿Cómo compara ésta al radio del Sol?
- f) Si ahora el ángulo es $i = 75^\circ$, ¿cuáles serían las masas? ¿Es muy sensible al ángulo la determinación de las masas?
- g) ¿Puede pensar en una explicación a que porqué no hay datos para velocidades radiales pequeñas? Es decir, si se fije en los puntos observacionales, todos corresponden a valores grandes de las velocidades radiales. ¿Porqué?
18. Las curvas de velocidades de los componentes del sistema binaria OU Ser/F9 se grafican en la Figura 2 en donde el eje horizontal está en unidades del periodo orbital. Para este sistema el periodo orbital es de 0.296764 días.

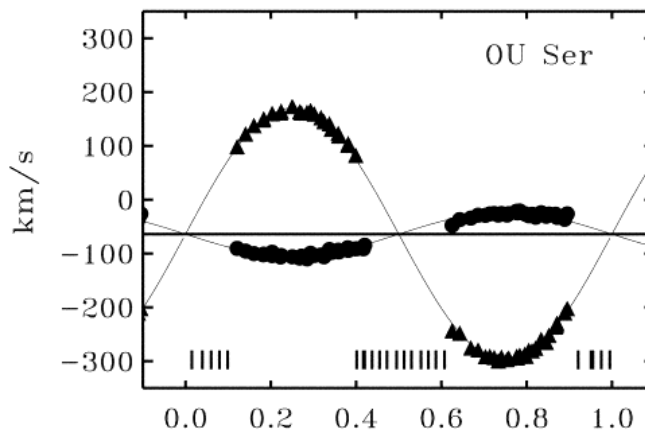


Figura 2: Curvas de velocidad del sistema binario OU Ser/F9.

- a) Estime los valores de K_1 y K_2 (las amplitudes máximas de las velocidades radiales de los 2 componentes). Recuerde restar la velocidad sistemática del sistema (indicada por la línea sólida horizontal).
 - b) Suponiendo órbitas circulares, estime el cociente de masas de los dos componentes del sistema.
 - c) Suponiendo que el ángulo de inclinación, i , de la órbita del sistema es 90° , ¿cuáles son las masas individuales de las dos estrellas del sistema?
 - d) ¿Cuál es la separación máxima (r) entre las estrellas en este sistema para este valor de i ?
¿Cómo compara ésta al radio del Sol?
19. Describa tres posibles mecanismos para la formación de la Luna. Discute los problemas con cada uno e indique cual es el mecanismo favorecido hoy en día.
 20. Explique las razones por las cuales en un pasado Asamblea General de la Unión Astronómica Internacional se decidió quitar a Plutón de la lista de planetas del Sistema Solar.
 21. ¿Por cuánto debe el ángulo de apuntar de un interferómetro de dos elementos cambiarse para que se mueva de un máximo de interferencia a otro? Suponga que los dos telescopios están separados por el diámetro de la Tierra y que la observación se está haciendo a una longitud de onda de 21 cm. Exprese su respuesta en segundos de arco.
 22. ¿Cuáles son los problemas de hacer observaciones a frecuencias rayos-X y de radio? ¿Cómo los solucionan los astrónomos?
 23. Calcule las energías (en eV) y longitudes de onda de los tres posibles fotones que pueden ser emitidos cuando un electrón hace una cascada de la órbita $n = 3$ a la órbita $n = 1$ del átomo de hidrógeno neutro (no tiene que pasar directamente del nivel 3 a 1). ¿En qué parte del espectro electromagnético se encuentran estas líneas?
 24. Calcule la energía (en eV) y longitud de onda del fotón emitido por la transición entre los niveles $n = 100$ y $n = 99$ del átomo de hidrógeno neutro. ¿En qué rango del espectro electromagnético se encuentra esta línea?
 25. Considere un gas compuesto de átomos de hidrógeno neutro
 - a) ¿A qué temperatura es el número de átomos en el primer estado excitado solamente el 1% del número de átomos en el estado base?

- b) ¿A qué temperatura es el número de átomos en el primer estado excitado solamente el 10 % del número de átomos en el estado base?
- c) Cuando el gas tiene temperatura de 85,400 K hay N átomos en el estado base y el mismo número N en el primer estado excitado. ¿Cuántos átomos están en el segundo estado excitado ($n = 3$)? Expresar su respuesta en términos de N .

26. ¿Cuáles son los argumentos que llevan a la conclusión que la fuente de energía de las estrellas tiene que ser fusión nuclear?

Describe brevemente

- a) la cadena protón-protón
 b) el ciclo CNO.

indicando en cuáles condiciones domina cada uno.

27. La luminosidad del Sol es $4 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ ($4 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$).

¿Cuántas reacciones de fusión de $4 \times \text{H}$ en He deben ocurrir cada segundo para mantener esta luminosidad? Ayuda: primero hay que calcular la energía de una reacción de fusión. Por esto hay que utilizar la masa del proton, la masa de un nucleon de ${}^4\text{He}$ es $6.64 \times 10^{-24} \text{ g}$ y la velocidad de la luz, c .

28. Este problema se trata de la estructura interna de las estrellas.

- a) Empezando con las ecuaciones de equilibrio hidrostático (la ecuación para dP/dr) y de masa (dM/dr) demuestre que una cota inferior para la presión central de una estrella es

$$P_{\text{centro}} \geq \frac{GM^2}{8\pi R_*^4}$$

donde M_* , R_* son la masa y radio de la estrella.

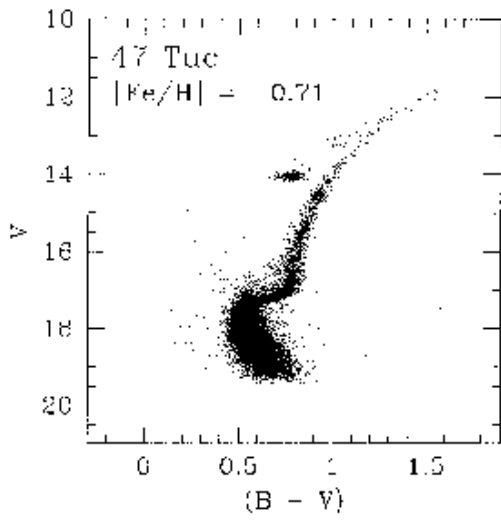
- b) Escriba una expresión para la densidad promedio $\bar{\rho}$ de una estrella en terminos de M_* , R_* .
- c) Suponiendo una masa promedio de partícula μm_H donde dentro de una estrella $\mu = 0.8$ y m_H es la masa de un protón, utilice la ley de gases ideales ($P = nkT$) para estimar la temperatura central en:
- 1) una estrella tipo O6, de masa $37M_{\odot}$ y radio $13R_{\odot}$ y
 - 2) una estrella tipo K0 de masa $0.79M_{\odot}$ y radio $0.79R_{\odot}$.
- d) ¿Cuál mecanismo de fusión utilizan las dos estrellas del inciso anterior mientras están en la secuencia principal.

29. Estime la temperatura central de una estrella O5 de radio $R = 15R_{\odot}$ y masa $M = 60M_{\odot}$. ¿Cuál será su principal fuente de energía mientras está en la Secuencia Principal?

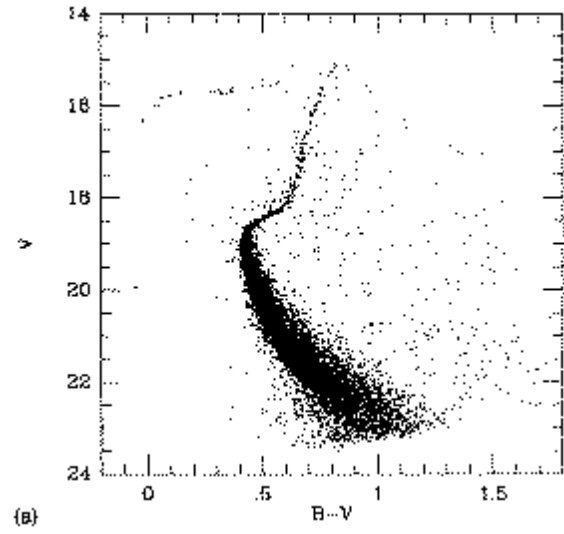
30. Describe las etapas principales en la evolución de

- a) Una estrella de $1M_{\odot}$
 b) Una estrella de $5M_{\odot}$
 c) Una estrella de $15M_{\odot}$

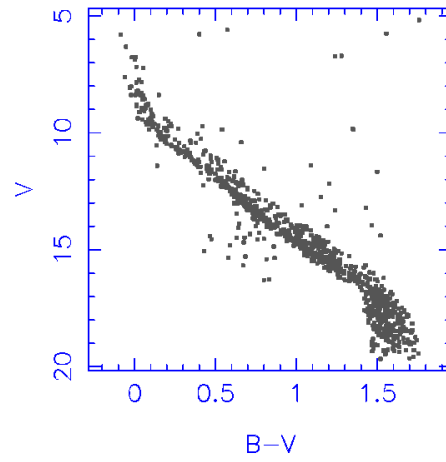
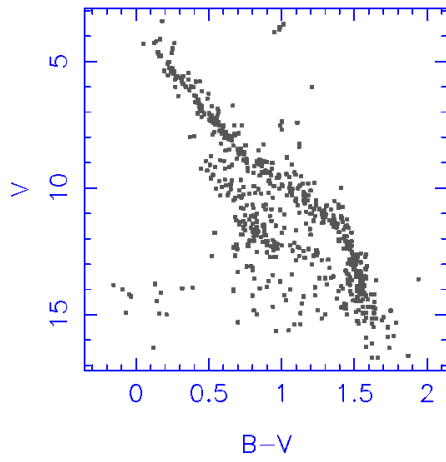
31. **Laboratorio:** Digital Demo Room: evolución estelar.



Hyades



NGC 2516



Alpha

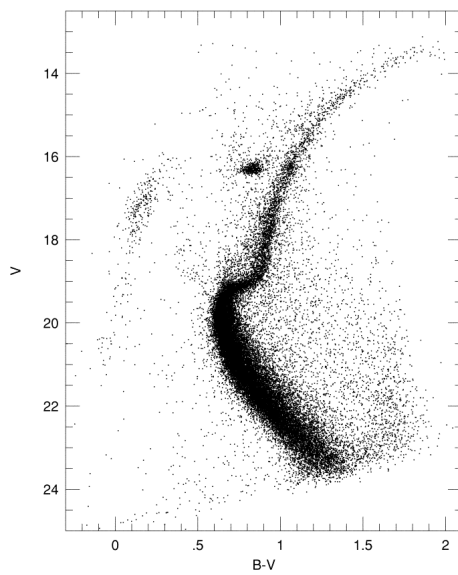


Figura 3: Diagramas HR para algunos cúmulos de estrellas.

32. Examine la Figura 3 que representa los diagramas Color-Magnitud (diagramas HR) para 6 cúmulos de estrellas y para cada una

- Identifique la Secuencia Principal, la rama de las gigantes, la rama horizontal, la rama asintótica de las gigantes, las enanas blancas (en su caso).
- Utilizando los datos adicionales proporcionados en las tablas, estime la edad de cada cúmulo.
- Estima la distancia a cada cúmulo por encontrar la correspondencia entre magnitud aparente y magnitud absoluta.
- ¿Cuáles de estos cúmulos considere cúmulos globulares y cuáles podrían ser cúmulos abiertos? ¿Porqué?

33. El pulsar del Cangrejo (se encuentra dentro del remanente de supernova del mismo nombre) tiene un periodo de espín actual de $P_{\text{hoy}} \equiv 2\pi/\omega = 0.033$ s, donde P_{hoy} es el periodo actual y ω es la velocidad angular.

- Si suponemos que la masa y radio del pulsar son los típicos para una estrella de neutrones, $M = 1.4 M_{\odot}$ y $R = 1.5 \times 10^6$ cm calcula el momento de inercia $I = \frac{2}{5}MR^2$, el momento angular $J = I\omega$ y la energía rotacional $E = 0.5I\omega^2$ de la estrella.
- Suponga ahora que esta estrella de neutrones se colapsó desde un núcleo del tamaño de una enana blanca (10^9 cm). ¿Cuál hubiera sido la velocidad angular de ese núcleo y cuál hubiera sido su energía rotacional, suponiendo que tanto el momento angular como la masa se conservan (se mantienen constantes)? ¿Por qué factor ha crecido la energía rotacional debido al colapso a estrella de neutrones?

34. El pulsar del Cangrejo se está desacelerando con tiempo. Observaciones hechas en 1970 muestran un periodo $P_{1970} = 0.03311$ s mientras que observaciones hechas 6048 días más tarde en 1986 muestran un periodo $P_{1986} = 0.03333$ s.

- Estima la tasa de desaceleración por calcular

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P_{1970} - P_{1986}}{6048 \text{ días}}$$

recordando a convertir días en segundos (un día = 86400 segundos).

- Utilize su valor estimado de $\frac{dP}{dt}$ para estimar la edad del pulsar a partir de la ecuación

$$\text{edad} = \frac{P_{1986}}{\frac{dP}{dt}}$$

Esta estimación supone que la tasa de desaceleración es constante. Recuerde a convertir su respuesta en años.

- La supernova del Cangrejo se estalló en 1054 (la observaron en China). Entonces la edad que acaba de calcular es una sobreestimación. ¿Cuál de nuestras suposiciones estuvo mal?

35. **Laboratorio:** proyecto CLEA: Clasificación espectral de las estrellas.

36. Describa las principales características de los espectros de las siguientes estrellas:

- Estrella tipo O
- Estrella tipo A

c) Estrella tipo M

Explique brevemente a que se deben estas características.

37. Explique porqué los espectros estelares tienen líneas de absorción pero el espectro de un gas caliente difuso muestra líneas de emisión. Su explicación debe incluir una breve descripción de como se forman las líneas de absorción y emisión.
38. Explique como se forma una región H II y porqué no crece a volumen infinito con tiempo. ¿Cuál es el radio de Strömgen de una estrella tipo O8 (que tiene una tasa de fotones ionizantes de $S_* = 5 \times 10^{49} \text{ s}^{-1}$) en un medio de densidad numérica $n = 100 \text{ cm}^{-3}$?
39. El número de fotones ionizantes emitidos por una estrella por segundo se puede calcular por integrar el espectro de cuerpo negro sobre todas las frecuencias mayores que ν_0 , donde esta frecuencia corresponde a la frecuencia de los fotones que tienen energía igual al potencial de ionización de hidrógeno: $I_H = 13.6 \text{ eV} = 13.6 \times 1.602 \times 10^{-12} \text{ erg}$ y energía de un fotón $= h\nu$; por lo tanto $\nu_0 = 13.6 \times 1.602 \times 10^{-12}/h$, donde h es la constante de Planck.

Es decir, la energía por segundo con frecuencia entre ν y $\nu + d\nu$ es

$$L_\nu d\nu = 4\pi^2 R^2 B_\nu d\nu$$

donde hemos integrado sobre ángulo (dando π) y sobre el área de la esfera que es una estrella (dando $4\pi R^2$, donde R es el radio de la estrella). Aquí, B_ν es la función de Planck

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Para obtener el número de fotones ionizantes emitidos por segundo simplemente hay que dividir L_ν por la energía del foton de esta frecuencia, $h\nu$, e integrar sobre todas las frecuencias mayores que ν_0 , es decir

$$\text{Número de fotones ionizantes por segundo} = \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{L_\nu}{h\nu} d\nu = \frac{8\pi^2}{c^2} R^2 \int_{\nu_0}^{\infty} \nu^2 e^{-h\nu/kT} d\nu. \quad (1)$$

Aquí hemos supuesto que $e^{h\nu/kT} \gg 1$ y por lo tanto $(e^{h\nu/kT} - 1)^{-1} \simeq e^{-h\nu/kT}$.

a) Demuestre que ecuación 1 se puede escribir

$$\text{Número de fotones ionizantes por segundo} = \frac{8\pi^2 k^3}{c^2 h^3} R^2 T^3 \int_{x_0}^{\infty} x^2 e^{-x} dx$$

donde se ha hecho la sustitución $x = h\nu/kT$.

b) Demuestre que

$$\int_{x_0}^{\infty} x^2 e^{-x} dx = e^{-x_0} [x_0^2 + 2x_0 + 2].$$

- c) Evalúe $x_0 = h\nu_0/kT$ y así el número de fotones ionizantes producidos por segundo por una estrella tipo B0 cuyos datos son: temperatura efectiva $T = 30000 \text{ K}$; radio $R = 8.4 R_\odot$ ($R_\odot = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$).
- d) Calcule el radio de la esfera de Stromgren que produce esta estrella en un medio de densidad numérica $n = 1000 \text{ cm}^{-3}$, suponiendo un grado de ionización de 1 dentro de la esfera.

40. Las regiones H II son volúmenes de gas ionizado que se encuentran alrededor de las estrellas masivas.
- Describa dos mecanismos por los cuales el gas de las regiones H II emite radiación.
 - La serie de Balmer de líneas espectrales se produce cuando hay transiciones entre el segundo nivel de energía y otro nivel del átomo de hidrógeno. Si la energía de ionización del átomo de hidrógeno es $I_H = 13.6 \text{ eV}$, ¿cuáles son las longitudes de onda de las líneas espectrales producidas por las siguientes transiciones: (i) $n = 4$ a $n = 2$; (ii) $n = 10$ a $n = 2$, y en qué parte del espectro electromagnético se observarían?
 - ¿Cuál es el valor típico de la temperatura del gas ionizado dentro de las regiones H II? Explique el proceso por el cual el gas adquiere esta temperatura.
41. Este problema se trata del criterio de Jeans para sistemas autogravitantes.
- Afirma el teorema del Virial que describe la condición de equilibrio para un sistema autogravitante estable. ¿Cuál es la condición para el colapso gravitacional?
 - Considere una nube molecular esférica de densidad uniforme ρ_0 y masa total M_n . La energía potencial debido a la gravitación es $U \simeq \frac{3}{5} \frac{GM_n^2}{R_n}$ donde R_n es el radio de la nube. La energía cinética de la nube es $K = \frac{3}{2} NkT$ donde N es el número total de partículas y T es la temperatura.
 - Escriba una expresión para R_n en términos de M_n y ρ_0 .
 - Si la masa promedio de una partícula es μm_H donde m_H es la masa de un protón, escriba una expresión para N en términos de M_n .
 - Demuestre que la masa de Jeans M_J (la masa mínima requerida para el colapso gravitacional espontáneo) es

$$M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2}$$
 - ¿Cuál es la expresión para la longitud de Jeans, R_J , que corresponde a esta masa?
 - ¿Cuál es la masa de Jeans de una nube molecular $\mu = 2$ de temperatura $T = 100 \text{ K}$ y densidad numérica $n = 10^7 \text{ cm}^{-3}$? ¿Considere que una nube molecular típica es inestable al colapso gravitacional (hay que pensar cual es la masa típica de una nube molecular observada)?
42. Describe brevemente los siguientes componentes de la Galaxia y donde se pueden encontrar:
- El gas molecular
 - El gas H I atómico
 - El gas caliente $T > 10^6 \text{ K}$
 - Los cúmulos globulares
43. Suponiendo que la edad del Sol es 4.5×10^9 años, y que sigue una órbita circular ¿cuántas vueltas ha dado de la Galaxia? ¿Cuánta masa hay en la Galaxia interior al radio del Sol?
44. A cualquier posición a lo largo del ecuador galáctico, el perfil de la línea de 21 cm de hidrógeno se ve compleja, indicándonos que estamos observando en esta dirección varias nubes ubicadas a un rango de distancias, teniendo velocidades radiales diferentes y por lo tanto corrimientos de Doppler diferentes. En la figura 4 se muestran varios perfiles de líneas para líneas de visión que corresponden a diferentes longitudes galácticas, l , (el ángulo está indicado al lado de cada perfil).

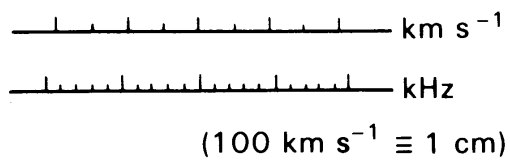
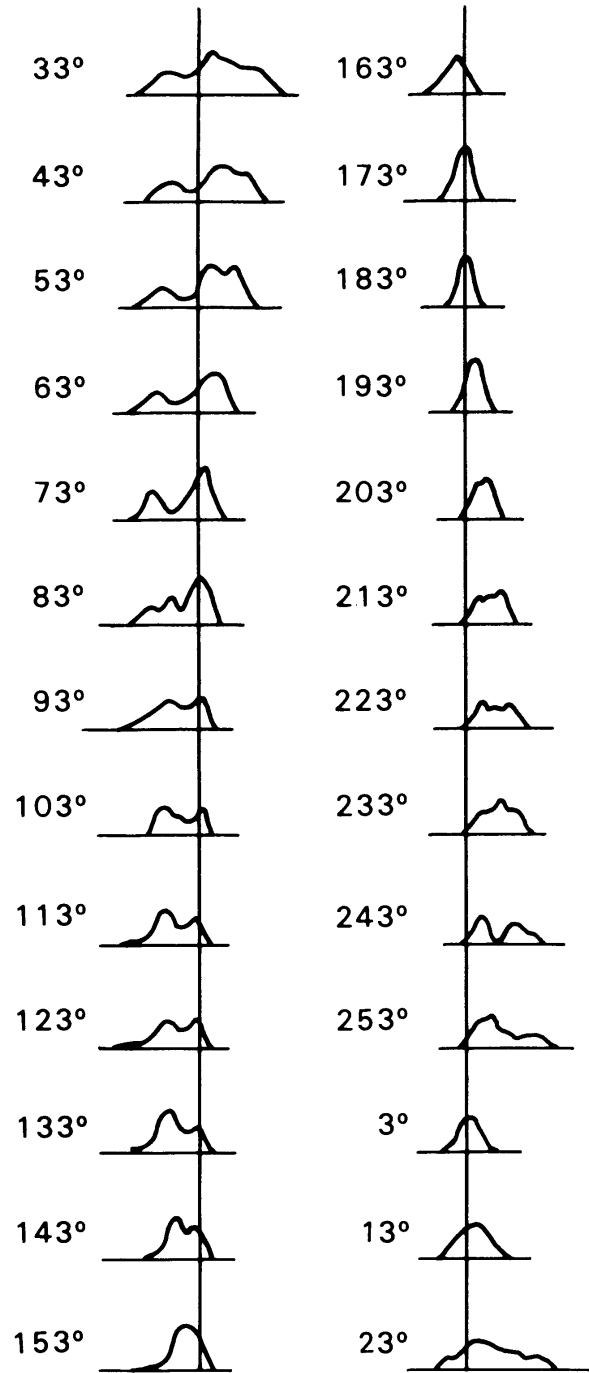


Figura 4: Perfiles de la línea de emisión de H a 21 cm

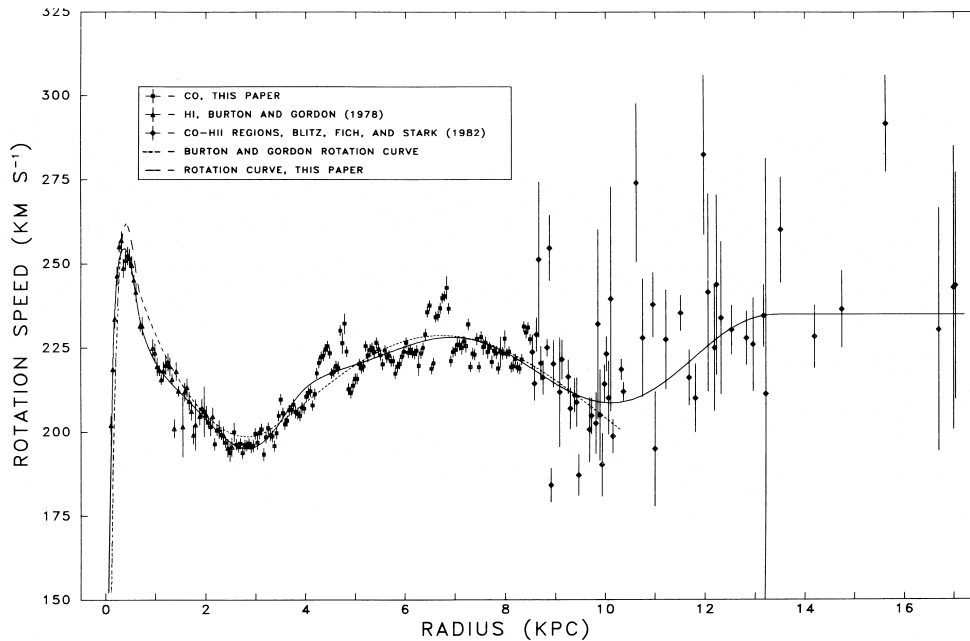


Figura 5: Curva de rotación de la Galaxia

- a) Utilice la figura 5 para hacer una gráfica aproximada (un esbozo) de la velocidad angular, Ω , como función de distancia del centro de la Galaxia. El Sol se ubica a $R = 8.5$ kpc.
- b) Utilice su gráfica de velocidad angular junto con los perfiles de líneas de 21 cm de la figura 4 para construir una imagen de la distribución de HI en la Galaxia.

INSTRUCTIVO: La escala de velocidad radial para las líneas se da en la figura 4. Recuerde que hay que suponer que las nubes de HI siguen órbitas circulares. Todas las formulas necesarias se encuentran en los apuntes.

En su figura utilice una escala de $1 \text{ cm} = 2 \text{ kpc}$. Marque un origen, C, que representa el centro de la Galaxia, y un punto S que representa la posición del Sol. Traza las líneas que empiezan en S para cada ángulo l apropiado a las longitudes galácticas de las líneas de visión de la figura 1. Haga un croquis de la distribución de hidrógeno e indique los dos brazos espirales—el brazo de Orión que contiene el Sol y el brazo de Perseo a unos 2 kpc.

45. Grafique la curva de velocidad radial estelar (v_r) contra longitud galáctica (l) esperada para estrellas ubicadas en el círculo de radio 2 kpc centrado en el Sol. Suponga que la velocidad de rotación lineal $V_{\text{rot}} = 220 \text{ km s}^{-1}$ es la misma para todas las estrellas (es decir, hay rotación diferencial) y que las estrellas se están moviendo en órbitas circulares.
46. La curva de rotación de una galaxia espiral aumenta linealmente con radio del centro galáctico hasta una distancia radial de 4 kpc y luego la velocidad de rotación es constante con radio con un valor de $V = 300 \text{ km s}^{-1}$ hasta la orilla observable de la galaxia a un radio de 20 kpc.
 - a) Dibuje la curva de rotación de esta galaxia.
 - b) ¿Cuántas vueltas de la galaxia hará una estrella O típica en su vida si está ubicada a un radio de 10 kpc?
 - c) ¿Cuál es la masa (en masas solares) de la galaxia interior a la orilla observable indicada por la curva de rotación?

- d) Si la galaxia es un disco de radio 20 kpc, altura 200 pc y densidad promedia de una partícula por centímetro cúbico (es decir, densidad de masa de $1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$), estime la masa de la galaxia en masas solares.
- e) Por lo general, la masa estimada a partir de la curva de rotación es mayor que la masa observada de la materia que emite radiación. Dé una posible explicación por esta discrepancia.
47. Las estrellas variables W Virginis tienen periodos de variación en su luminosidad de entre 2 y 49 días y luminosidades 4 veces menores que las estrellas Cefeidas. En el mismo diagrama dibuja las relaciones periodo-luminosidad tanto para las estrellas Cefeidas como para las estrellas W Virginis.
48. Estime el periodo de las pulsaciones del Sol si fuera una estrella variable.
49. La siguiente tabla muestra datos obtenidos con el *Telescopio Espacial Hubble* en 1994 por W. Freedman y colegas. Se tratan de observaciones de estrellas Cefeidas clásicas en la galaxia M 100, que pertenece al cúmulo Virgo de galaxias. Representan el primer paso en un proyecto para conseguir mejores mediciones de distancias a galaxias medio distantes para así estimar mejor la constante de Hubble.

Nombre	$\langle m_V \rangle$	P
C1	24.95	53.1
C2	25.4	50.0
C3	25.7	43.2
C4	25.5	39.5
C5	26.5	30.4
C6	26.5	30.1
C7	26.5	29.5
C8	25.8	26.2
C9	26.5	26.0
C10	25.55	24.4
C11	26.3	24.0
C12	26.4	22.0

- a) Utilizando la relación periodo-magnitud para estrellas Cefeidas, encuentre la magnitud absoluta M_V para cada objeto y así el módulo de distancia $m_V - M_V$.
- b) Encuentre el promedio de los módulos de distancia y utilice este valor para encontrar la distancia a la galaxia M 100.
- c) La extinción a esta galaxia en la banda V tiene un valor aproximado de $a_V = 0.25$. ¿Cuál es la distancia a M 100 tomando en cuenta el efecto de la extinción por el polvo interestelar?
50. ¿Qué puede inferir de la Figura 6 que muestra un diagrama HR que se observó para una de las galaxias satélites de la Vía Láctea?
51. a) La relación Tully-Fisher es una relación entre la magnitud absoluta y la velocidad de rotación de galaxias espirales.
De la Figura 7 encuentre la ecuación de la línea (de forma $M_B = a \log V_{\max} + b$) que mejor ajuste los datos para las galaxias Sa.
- b) También existe una relación entre el radio del isófoto de magnitud 25 en la banda-B, R_{25} , y la velocidad de rotación.
De la Figura 8 encuentre la ecuación de la línea indicada (de forma $\log R_{25} = aM_B + b$) que ajuste los datos para las galaxias Sa.

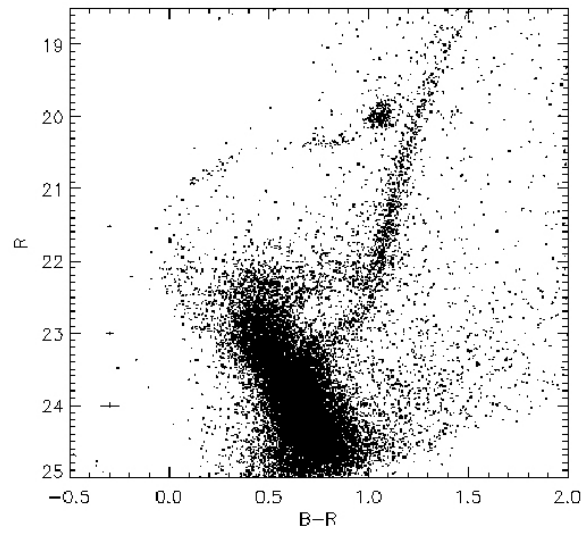


Figura 6: Diagrama HR de una galaxia satélite de la Vía Láctea

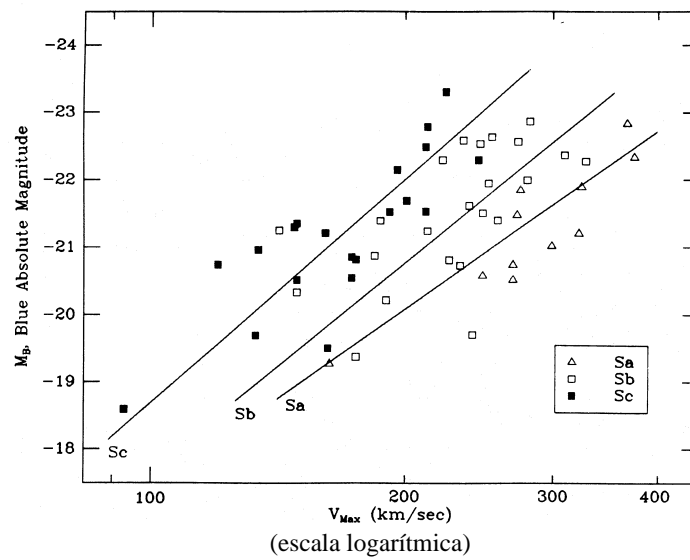


Figura 7: Relación magnitud absoluta-velocidad de rotación para tres muestras de galaxias espirales.

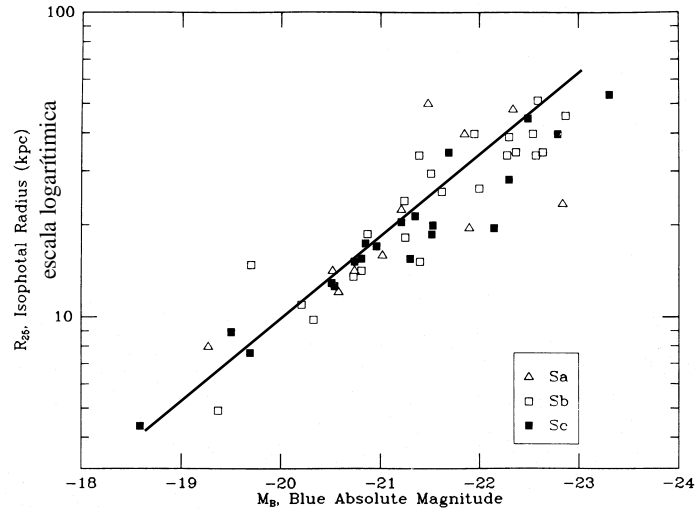


Figura 8: Relación R_{25} –magnitud absoluta para tres muestras de galaxias espirales.

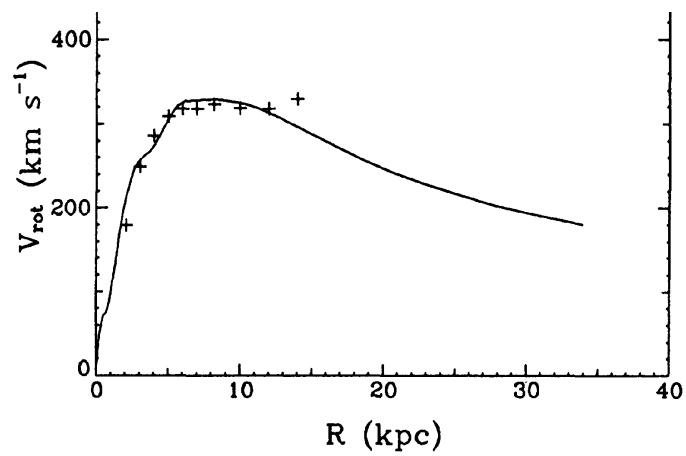


Figura 9: Curva de rotación de la galaxia espiral tipo Sa NGC 2369.

c) La galaxia NGC 2369 es una galaxia espiral tipo Sa. En la Figura 9 se muestra su curva de rotación.

De la Figura 9 encuentre el valor máximo de la velocidad de rotación, V_{rot} .

d) Utilizando su relación Tully-Fisher para galaxias espirales tipo Sa, calcule la magnitud absoluta en la banda B , M_B y así determine el radio del isófoto de magnitud 25, R_{25} .

e) Si la magnitud *aparente* de la galaxia NGC 2369 en la banda B es 12.22, determine la distancia d a la galaxia utilizando la ecuación de módulo de distancia $m - M = 5 \log_{10} d - 5$ donde m es la magnitud aparente y M es la magnitud absoluta.

f) Utilizando los valores de V_{rot} y R_{25} determine la masa de la galaxia interior a R_{25} .

g) Si la magnitud *bolométrica* del Sol es $M_{\text{bol,sol}} = +4.76$, la corrección bolométrica para el Sol es $BC = -0.07$, y el índice de color $B - V$ para el Sol es $B - V = +0.64$ utilice las relaciones

$$\blacksquare BC = M_{\text{bol}} - M_V$$

$$\blacksquare B - V = M_B - M_V$$

para encontrar M_B para el Sol.

La relación entre la magnitud absoluta de una estrella y su luminosidad es $M = M_{\text{sol}} - 2.5 \log_{10} \frac{L}{L_{\odot}}$. Utilice el valor de M_B que acaba de encontrar para el Sol y el valor que calculaba de M_B para NGC 2369 en un inciso anterior para así encontrar la luminosidad de la galaxia NGC 2369 en la banda B . La luminosidad del Sol es $4.0 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$.

h) Calcule la relación masa a luminosidad (M/L , en unidades de M_{\odot}/L_{\odot} , donde aquí M es masa no magnitud) para la galaxia NGC 2369 en la banda B interior al radio R_{25} .

52. Se piensa que los núcleos de las galaxias activas alberguen hoyos negros supermasivos que son los responsables de la enorme luminosidad de estos objetos. El radio de Schwarzschild es el radio que debe tener un hoyo negro de masa M para que su velocidad de escape sea la velocidad de la luz c .

a) Encuentre la expresión para el radio de Schwarzschild R_S en términos de la masa M del hoyo negro, la velocidad de la luz y la constante gravitacional.

b) ¿Cuál es el radio de Schwarzschild, R_S , de un hoyo negro de masa $10^8 M_{\odot}$?

c) ¿Cuál es la velocidad de rotación de una nube que se está orbitando el hoyo negro a una distancia de $5R_S$?

53. Si la línea de Lyman α (1215\AA) está corrido al rojo a un redshift de $z = 3$ ¿en qué parte del espectro electromagnético se observará? ¿y si el corrimiento al rojo fuera $z = 7$? ¿Por qué factor se habrá expandido el Universo entre la emisión de estas dos líneas de sus respectivas fuentes?

54. **Laboratorio:** proyecto CLEA: La relación Distancia–Corrimiento al Rojo de Hubble.

55. Tomando el valor del constante de Hubble $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ utilice el valor de la distancia a NGC 2369 que encontró anteriormente para así calcular la velocidad de recesión de esta galaxia.

¿Cuál sería la longitud de onda de la luz *emitida* de una línea *observada* a 4400\AA (la longitud de onda central de la banda B)?

Datos Suplementarios

Magnitud absoluta de una muestra de estrellas de la secuencia principal

Magnitud Absoluta V	B-V	Tipo Espectral
-5.8	-0.35	O5
-4.1	-0.31	B0
-1.1	-0.16	B5
0.7	-0.00	A0
2.0	0.13	A5
2.6	0.27	F0
3.4	0.42	F5
4.4	0.58	G0
5.1	0.70	G5
5.9	0.89	K0
7.3	1.18	K5
9.0	1.45	M0
11.8	1.63	M5
16.0	1.80	M8

Tiempo de Vida en la Secuencia Principal

Tipo Espectral	Tiempo de Vida años
O	$< 10^6$
B	3×10^7
A	4×10^8
F	4×10^9
G	1×10^{10}
K	6×10^{10}
M	$> 10^{11}$