Resumen de la interferometría de radio

1. La respuesta de cada par de antenas (un interferómetro de dos elementos) sobre el cielo es un "patrón" cosenoidal. El período (la separación entre dos máximos consecutivos) de este patrón será

$$\Theta_I \simeq \lambda/B,$$

donde Θ_I es la separación entre los máximos dada en radianes, λ es la longitud de onda observada y B es la separación física entre las dos antenas, pero proyectada en el plano del cielo (en la dirección de la observación). A B tambien se le conoce como la línea de base. Obviamente, se tiene que dar λ y B en las mismas unidades (por ejemplo, cm).

2. Retrasando la señal que recibe una de las antenas es posible crear tambien un patrón sinusoidal en el cielo (o sea, un patrón que vale 0 en el centro de las observaciones). Entonces, podemos hablar de un patrón de respuesta "complejo":

$$exp(i2\pi\theta/(\lambda/B)).$$

Si descomponemos el patrón de respuesta en sus componentes en x y y (que son equivalentes a la ascensión recta α y a la declinación δ y se dan en radianes), tenemos que el patrón de respuesta del interferómetro de dos elementos es:

$$exp(i2\pi(ux + vy)),$$

donde u y v son las componentes a lo largo de x y y de la línea de base dada en unidades de longitud de onda:

$$u = B_x/\lambda,$$

$$v = B_y/\lambda,$$

3. Lo que el interferómetro mide es la convolución de este patrón con la fuente, o sea la integral sobre el ángulo sólido del producto del patrón del interferómetro por la intensidad de la fuente como función de la posición en el cielo, $I(x, y)$:

$$V(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y)\ exp[i2\pi(ux + vy)]\ dx\ dy. \tag{1}$$

A esta convolución se le conoce como la visibilidad, V. Es importante enfatizar que una sola medición con un interferómetro de dos elementos nos da V en un solo punto del plano (u, v). Sacando la transformada inversa de Fourier:

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(u, v)\ exp[-i2\pi(ux + vy)]\ du\ dv, \tag{2}$$

obtenemos la ecuación fundamental de la interferometría, la cual nos dice que si conocieramos $V(u, v)$ en todo el plano (u, v). podríamos recuperar la imagen de la fuente, $I(x, y)$. En la actualidad se usan interferómetros de n elementos que nos dan $n(n-1)/2$ visibilidades en cada observación de unos pocos segundos de tiempo.

4. El problema principal de la interferometría es que no conocemos $V(u, v)$ en todo el plano (u, v). Por ejemplo, no tenemos información para (u, v) más allá de la separación máxima del interferómetro. Otro problema es que no conocemos $V(0, 0)$ porque no podemos poner dos antenas en el mismo lugar. Entonces, se trata de recuperar $I(x, y)$ con estas restricciones.

5. Las visibilidades son complejas, con la parte real simétrica y la imaginaria antisimétrica (o sea, Hermitianas), por lo que la intensidad es real.

6. Un ejercicio muy importante es calcular la visibilidad de una fuente puntual colocada en el centro del campo. Esto se puede aproximar por una delta de Dirac, $\delta(0, 0)$. Esto nos da

$$V(u, v) = 1 + i0.$$

O sea, que en este caso la visibilidad es una constante real. Se acostumbra hablar de las visibilidades en términos de su amplitud y fase. Como la amplitud de un número complejo es

$$Amplitud = ((Parte\ Real)^2 + (Parte\ Imaginaria)^2)^{1/2},$$

y su fase es

$$Fase = arctan((Parte\ Imaginaria)/(Parte\ Real)),$$

con lo que la visibilidad de una fuente puntual colocada en el centro del campo tiene amplitud constante y fase 0.