# Colapso gravitacional y la formación de estrellas

Susana Lizano Centro de Radioastronomía y Astrofísica, UNAM

En colaboración con:

Anthony Allen, ASIAA

Mike Cai, Tsing Hua University

Daniele Galli, Osservatorio di Arcetri

Frank Shu, Tsing Hua University

El Dr. Leopoldo García Colín ha estado recientemente interesado en la problemas de estabilidad de gases en campos gravitacionales y magnéticos para la formación de estructura en el universo (e.g., Sandoval-Villalbazo y García Colín 2005; Sandoval-Villalbazo, García Colín y Arrieta 2005).

Aquí discutiré el colapso gravitacional de núcleos densos en nubes moleculares magnetizadas isotérmicas y con rotación que da lugar a la formación de estrellas y discos protoplanetarios en nuestra Galaxia.



Galaxia espiral M51.



La Via Láctea: mapa hecho con 500 millones de estrellas.



Nebulosa del Caballo.



Pilares en M16.

# Nubes moleculares gigantes

- $M_{\rm NMG} \sim 2 3 \times 10^5 M_{\odot}$ ,
- $L \sim$  decenas de pc,
- $\overline{n}_{H_2} \sim 200 300 \,\mathrm{cm}^{-3}$ ,
- T  $\leq$  10 K, sin estrellas masivas,
- T  $\geq$  50 100 K con est rellas masivas
- Composición: H<sub>2</sub>. Por bajas temperaturas lo que se observa son transiciones rotacionales (radio) de moléculas trazadoras: CO, NH<sub>3</sub> o CS.
- Las líneas de emisión moleculares tienen anchos supersónicos  $\Delta v \sim 2-4\,{\rm km\,s^{-1}}.$

#### Nubes moleculares y núcleos densos

Las nubes moleculares gigantes son inhomogéneas. Están compuestas de nubes moleculares más pequeñas con

•  $M_{\rm NM} \sim 10^3 - 10^4 M_{\odot}; L \sim 2 - 5 {\rm pc}; n_{H_2} \sim 1000 {\rm \, cm^{-3}}.$ 

Dentro de estas nubes hay núcleos densos con

- $l \sim 0.1 \mathrm{pc};$
- $\bar{n}_{H_2} > 10^4 10^5 \,\mathrm{cm}^{-3};$
- $M_{\rm n} \sim 1 3 M_{\odot};$
- $\Delta v_{\rm no-t\acute{e}rmico} \sim 40\% 50\%$  a.

Estos núcleos densos son las cunas de las estrellas de baja masa.

## Campo magnético

Se observa  $B_{||} \sim 20 - 130 \mu \text{G}$  con desdoblamiento Zeeman de OH. Estos campos magnéticos son suficientemente fuertes para dar soporte a la nube molecular en contra de su autogravedad y es difícil deshacerse de ellos.

- Frenado magnético: a medida que la nube se condensa las líneas de  $\vec{B}$  se tuercen y generan ondas torsionales de Alfvèn que se llevan el  $\vec{l} \rightarrow$  el núcleo denso corrota con la nube.
- *Movimientos no-térmicos observados:* pueden ser ondas magnetohidrodinámicas.

# Difusión ambipolar de $\vec{B}$

En la escala de la nube, el tiempo de disipación ohmica es muy largo, por lo que el campo está congelado en el plasma ionizado

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{u_i}) = 0.$$
 (1)

Sin embargo, la fracción de ionización en las nubes moleculares es muy pequeña,  $x_i \equiv \frac{n_e}{n_n} \sim 10^{-7} (\frac{n_n}{10^4})^{-1/2}$ . Los iones sienten la fuerza de Lorentz y colisionan con un mar de partículas neutras  $\Rightarrow$  se establece una velocidad de deriva,

$$\mathbf{v_d} = \mathbf{u_i} - \mathbf{u_n} = \frac{1}{4\pi\gamma\rho_n\rho_i} \left(\nabla \times \mathbf{B}\right) \times \mathbf{B}.$$
 (2)

En nubes moleculares,  $v_d/v_A \sim 0.03$ , where  $v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}} \sim 2 \,\mathrm{km}\,\mathrm{s}^{-1}$ .

Reescribiendo la ecuación de evolución de  ${f B}$  como

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{u}_{\mathbf{n}}) = -\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{4\pi\gamma\rho_{n}\rho_{i}} \times \left[(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}\right]\right), \quad (3)$$

 $\Rightarrow$  **B** se difunde respecto a la materia neutra: *difusión ambipolar*.

El flujo magnético se redistribuye, la nube pierde localmente el soporte magnético y se condensan núcleos densos. Estos núcleos se colapsan gravitacionalmente para formar estrellas.



Formación de estrellas de baja masa.



Nube singular isotérmica magnetizada (t = 0). (Li & Shu 1996).

# Colapso de nubes isotérmicas magnetizadas con rotación (Allen, Shu & Li 2003).

- Colapso de toroides isotérmicos singulares con **B** y  $u_{\varphi 0}$ , resultado de una fase cuasiestática de condensación de los núcleos densos (t = 0).
- El colapso empieza por el centro y se propaga hacia afuera en forma autosimilar.
- En la región interna dominada por **B** el gas se desliza a lo largo de líneas de campo y forma un "pseudodisco" en el ecuador que no está en equilibrio por lo que se colapsa radialmente hacia el centro.



a) t= 0; b)  $10^5$  años; c) y d) zona central de b).





Flujo lento que se lleva el momento angular.

# Frenado magnético

En la parte central se forma un "monopolo partido" con un campo magnético muy fuerte que transporta eficientemente momento angular hacia la envolvente que rota lentamente.

- El momento angular específico se reduce por más de un orden de magnitud.
- El enrollado de líneas de B crea un flujo lento (v ~ a) que remueve gran parte del momento angular del "pseudodisco". El material que cae hacia el centro en espiral.

¿ Impide el frenado magnético la formación de un disco centrífugo a menos que se disipe B ?

## Problema del flujo magnético

Si 
$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$
 se conserva  $\Rightarrow \pi r_{\rm n}^2 B_{\rm n} = \pi r_{\star}^2 B_{\star}$ .

En los núcleos densos,  $r_{\rm n} \sim 0.05~{\rm pc}$  y  $B \sim 30\,\mu{\rm Gauss}, \Rightarrow$ 

$$B_{\star} = B_{\rm n} \left(\frac{r_{\rm n}}{r_{\star}}\right)^2 \sim 10 \,\,\mathrm{MegaGauss}\,!!$$
 (4)

Las estrellas jóvenes tienen  $B\sim\!\!\mathrm{KGauss}.$ 

Región interna del colapso.



Geometría de **B**.

#### Ecuaciones de MHD ideal

 $\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0, \quad \text{continuidad} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u} + \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u}|^2 &= -\frac{a^2}{\rho} \nabla \rho - \nabla V + \frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad \text{momento} \\ \nabla^2 V &= 4\pi G\rho, \quad \text{Poisson} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{u}) &= 0, \quad \text{inducción} \quad (\text{ignorando DA}) \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \quad \text{no monopolos} \end{aligned}$ 

La variable autosimilar es

$$\mathbf{r} = at \mathbf{x}.$$

Las funciones autosimilares están definidas por

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi G t^2} \alpha(\mathbf{x}),$$
$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = a \mathbf{v}(\mathbf{x}),$$
$$V(\mathbf{r}, t) = a^2 \Psi(\mathbf{x}),$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{a}{G^{1/2} t} \mathbf{b}(\mathbf{x}).$$

## Límite $x \ll 1$

El potencial gravitacional es el de una masa puntual  $m_0(1+H_0)$ ,

$$\Psi(\mathbf{x}) = -\frac{m_0(1+H_0)}{|\mathbf{x}|}.$$

- Las ecuaciones autosimilares en esta región interna son formalmente equivalentes a las ecuaciones dimensionales de un fluido MHD estacionario.
- Se introduce una función de corriente  $\psi(x, \theta)$  tal que

$$v_x = \frac{1}{\alpha x^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \qquad v_\theta = -\frac{1}{\alpha x \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Grad-Shafranov (balance a través de líneas de campo)
Bernoulli (balance a lo largo de líneas de campo).

 $\Rightarrow$ 

#### **Funciones conservadas**

• El fluido y el campo magnético son paralelos,

 $\mathbf{b} = \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\psi}) \boldsymbol{\alpha} \mathbf{v},$ 

• el momento angular específico total (fluido más campo magnético) se conserva

$$\mathbf{j}(\boldsymbol{\psi}) = x \sin \theta (1 - \alpha \beta^2) v_{\varphi},$$

• y se conserva la función de Bernoulli  $H(\psi)$ .

 $\beta(\psi),\,j(\psi)$ y $H(\psi)$  con<br/>ectan a la solución interna con la solución externa.

Se resuelven las ecuaciones de G-S y Bernoulli para la densidad  $\alpha$  y las líneas de corriente,  $\psi$ , en coordenadas esféricas, obteniendo el balance de los términos de mayor orden.

## Solución

• Caída libre a una masa central  $m_0(1+H_0)$ 

$$\alpha(x,\theta) = \left[\frac{m_0(1+H_0)}{2x^3}\right]^{1/2} \frac{\bar{\lambda}_{\star}^{-1}}{\beta(\theta)}, \quad v(x) = -\left[\frac{2m_0(1+H_0)}{x}\right]^{1/2},$$

 $\lambda_{\star}$  es la razón del flujo magnético arrastrado a la estrella central a la masa de esta estrella (la densidad no es esférica).

• La líneas de campo magnético son radiales y tienen la configuración de un "monopolo partido",

$$b_x = \lambda_{\star}^{-1} \frac{m_0(1+H_0)}{x^2}$$

## Frenado magnético total

• El gas se vuelve subalfvénico y la velocidad azimutal es

$$v_{\varphi}(x,\theta) = -\left[\frac{2x}{m_0(1+H_0)}\right]^{1/2} \frac{\lambda_{\star} j(\theta)}{\sin\theta \,\beta(\theta)}.$$

 $\Rightarrow$  Por el frenado magnético tan intenso, la velocidad de rotación decrece como  $x^{1/2}$ , i.e., en MHD ideal **no se forma un disco kepleriano**  $(v_{\varphi} \propto x^{-1/2}).$ 



radius r

Comportamiento de la velocidad azimutal,  $u_{\phi}$ .



Colapso interno  $(x \ll 1)$  para diferentes modelos (coordenadas cilíndricas  $[\varpi = x \sin \theta, z = x \cos \theta]$ ).



Discos alrededor de estrellas jóvenes. La formación de estos discos protoplanetarios requiere de la disipación de  $\mathbf{B}$ .

# Formación de disco centrífugo

A altas densidades la fracción de ionización,  $x_i$ , baja aun más. Los granos se vuelven los principales portadores de carga y no alcanzan a dar vuelta alrededor de la líneas de campo antes de colisionar con partículas del gas por lo que el campo se desacopla de la materia ionizada  $\Rightarrow$  disipación ohmica.

- Si se pierde **B** se debilita el frenado magnético  $\rightarrow$  el material que espiralea hacia el centro va a girar más rápido hasta formar un disco centrífugo.
- Este disco verdadero estará acotado por arriba y por abajo por un remanente del "pseudodisco" que cae dinámicamente al centro.
- El proceso de disipación de **B** podría ser explosivo e intermitente, en ráfagas: explosiones tipo FU Orionis?

#### Colapso gravitacional y disipación ohmica

La ecuación de inducción con disipación ohmica (sin DA) es

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{u}) = -\nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}).$$

Se supone  $\partial/\partial t = 0$ ;  $\eta = c^2/4\pi\sigma$  constante; y la "aproximación cinemática", i.e., se ignora la reacción de la fuerza de Lorentz en el flujo de acreción,  $\Rightarrow$ 

$$\mathbf{u}(r) = -\left(\frac{2GM_{\star}}{r}\right)^{1/2} \hat{\mathbf{e}}_r.$$
 (5)

La ecuación se plantea en términos del flujo magnético

$$\mathbf{B} = \nabla \times \left[ \frac{\Phi(r,\theta)}{2\pi r \sin \theta} \hat{\mathbf{e}}_{\varphi} \right].$$

## Variables

Se define

$$r = r_{\text{Ohm}}x, \qquad \Phi(r,\theta) = \Phi_{\star}\phi(x,\mu),$$

donde

$$r_{\rm Ohm} \equiv \frac{\eta^2}{2GM_{\star}}.$$

C.F.

•  $x >>> 1 \rightarrow$  "monopolo partido"

•  $\phi(0) = 0.$ 

## Ecuación para $\phi$ con disipación ohmica

Suponiendo  $\phi(x,\mu)=F(x)G(\mu),$  la ecuación de inducción

$$x^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + x^{3/2} \frac{\partial \phi}{\partial x} = -(1-\mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mu^2},$$

se convierte en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con solución analítica.

## Solución

El flujo magnético está dado por

$$\phi(x,\mu) = e^{-2\sqrt{x}} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} K_n x^n M(2n-1,4n-1,2\sqrt{x}) [\mu P_{n-1}(\mu) - P_n(\mu)]$$

donde

$$K_n = (-1)^{n/2-1} \frac{2^{2n}(n-1)!!(2n-1)!}{(n-2)!!(4n-2)!(n-1)^2n}.$$

En el centro,

$$\lim_{x \to 0} \phi(x,\theta) = \frac{1}{30} x^2 \sin^2 \theta,$$

i.e., un campo magnético uniforme vertical



Flujo magnético en el ecuador.



Flujo magnético a diferentes escales y contornos de  $|F_L|/F_g|$ (coordenadas cilindricas,  $[\varpi, z]$ ).

#### Dimensiones

$$B_c = \frac{\Phi_{\star}}{30\pi r_{\rm Ohm}^2} = \frac{4G^{5/2}M_{\star}^3}{15\lambda_{\star}\eta^4}.$$

El valor observado del campo magnético en meteoritos del Sistema Solar va de 0.1-10 Gauss.

$$\eta \approx 2 \times 10^{20} \text{cm}^2 \text{s}^{-1} \left(\frac{B_c}{1 \text{ G}}\right)^{-1/4}$$
. (6)

En términos de  $B_c$ ,

 $\Rightarrow$ 

$$r_{\rm Ohm} \approx 8.5 \left(\frac{\lambda_{\star}}{2}\right)^{-1/2} \left(\frac{M_{\star}}{M_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{B_c}{1 \text{ G}}\right)^{-1/2} \text{ AU},$$
$$\sigma \approx 0.4 \left(\frac{\lambda_{\star}}{2}\right)^{1/4} \left(\frac{M_{\star}}{M_{\odot}}\right)^{-3/4} \left(\frac{B_c}{1 \text{ G}}\right)^{1/4} \text{ s}^{-1},$$

#### Calentamiento de Joule

La energía magnética aniquilada por unidad de tiempo y por unidad de volumen es

$$\frac{\eta}{4\pi} |\nabla \times \mathbf{B}|^2 = \frac{GM_{\star}}{8\pi^3 \eta r^3 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2,$$

Integrando esta energía en una esfera con el radio de Ohm y usando la forma asintótica del flujo, la tasa de energía disipada es

$$\dot{\mathcal{E}} \approx 3 \left(\frac{\lambda_{\star}}{2}\right)^{-2} \left(\frac{M_{\star}}{M_{\odot}}\right)^{5} \left(\frac{\sigma}{0.4 \text{ s}^{-1}}\right)^{5} L_{\odot}.$$
 (7)

La razón de la fuerza de Lorentz en la dirección radial por unidad de volumen a la fuerza gravitacional por unidad de voumen es

$$\frac{|F_L|}{|F_g|} = \lambda_{\star}^{-2} \left(\frac{t_{\rm acc}}{t_{\rm Ohm}}\right) \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 \frac{x}{Q(\theta)\sin^2\theta} \propto \eta^{-3},$$

Si  $\eta$  es suficientemente grande, domina la gravedad y se puede tener accreción continua hacia la estrella central. Se  $\eta$  es pequeña,  $|F_L| > |F_g|$  y la región de acreción puede explotar. Puede ocurrir periodos de acreción y explosión dependiendo del comportamiento de  $\eta$ : explosiones FU Orionis.

# Conclusión

Es necesaria la disipación del campo magnético de la nube durante la etapa de colapso gravitacional para formar estrellas "normales"  $(B \sim \text{KG})$  y discos protoplanetarios.

- La disipación ohmica a altas densidades puede disipar suficiente campo magnético para resolver el problema del exceso flujo magnético.
- También permitirá la formación del disco protoplanetario al debilitar el frenado magnético.

Ahora es necesario resolver el problema dinámico completo incluyendo la formación del disco protoplanetario de manera autoconsistente. Además, calcular  $\eta(n,T)$ . El estado estacionario se justifica porque  $M_\star$  y  $\Phi_\star$  varían en

$$t_{\rm acc} \equiv \frac{M_{\star}}{\dot{M}} = 10^5 \text{ yr} \left(\frac{M_{\star}}{1M_{\odot}}\right) \left(\frac{\dot{M}}{10^{-5}M_{\odot}\text{yr}}\right)^{-1},$$

que es mucho mayor que

$$t_{\rm Ohm} \equiv \frac{r_{\rm Ohm}}{u(r_{\rm Ohm})} = \frac{\eta^3}{4G^2 M_{\star}^2} \sim 3 \text{yr} \left(\frac{\eta}{2 \times 10^{20} \text{cm}^2 \text{s}^{-1}}\right)^3 \left(\frac{M_{\star}}{1M_{\odot}}\right)^{-2}$$